

FRONTEIRAS DA CIÊNCIA: O HIPERCUBO E A PROJEÇÃO COMO FORMA DE REPRESENTAÇÃO

DIEGO BORTOLETO LICCA¹, RICARDO ROBERTO PLAZA TEIXEIRA²

1 Graduando em Licenciatura em Matemática, Bolsista do programa de extensão “Cinedebate e atividades de educação científica e cultural”, IFSP, Câmpus Caraguatatuba, licca.diego@aluno.ifsp.edu.br

2 Doutor em Física pela USP e Docente do IFSP, Câmpus Caraguatatuba, rteixeira@ifsp.edu.br

Área de conhecimento (Tabela CNPq): Ciências – 9.05.00.00-8

RESUMO: Este trabalho tem como objetivo analisar atividades de ensino de matemática e de divulgação científica sobre formas de representação e entendimento do hipercubo, partindo de exemplos do cotidiano, para assim tratar de algumas propriedades da geometria plana, espacial e descritiva. O seu foco está em procurar contextualizar o que é um cubo com 4 dimensões para educandos de escolas públicas do litoral norte paulista, bem como para cidadãos interessados por estes temas. Um dos seus objetivos é desenvolver explicações úteis para verificar as dimensões espaciais e a representação delas no papel (plano 2D) por desenhos a mão ou por meio computacional. O estudo das projeções por meio da geometria descritiva permite relacioná-las com as representações tridimensionais de um hipercubo. A ideia de que a ciência junto com a matemática está sempre em processo de evolução e que, portanto, não é uma ciência acabada e estática, é um dos pontos de partida para a investigação das diferentes interpretações existentes para estes temas. Este artigo pretende criar e avaliar estratégias de divulgação científica por meio de apresentações audiovisuais e elementos geométricos construídos com material de papelaria, acerca dos conhecimentos e das questões existentes sobre as representações de um hipercubo, procurando deste modo incentivar a investigação, a imaginação e a curiosidade científica dos jovens em geral e produzindo propostas inovadoras para o ensino da matemática.

PALAVRAS-CHAVE: ensino de matemática; aprendizagem; hipercubo; história da ciência; geometria.

1 INTRODUÇÃO

A questão sobre a existência de outras dimensões espaciais permeia a curiosidade da humanidade desde a antiguidade, concomitantemente com a evolução dos estudos das representações sobre a realidade, das figuras geométricas e de suas propriedades. O conhecimento desenvolvido durante a Grécia antiga passou por um processo constante de sistematização, principalmente no que tange a conceitos matemáticos, filosóficos e astronômicos. Essas questões conquistaram as mentes dos filósofos naturais da época, começando pelos pitagóricos. Platão, posteriormente, descobriu as 5 únicas possibilidades de

poliedros com faces que são polígonos regulares convexos: uma delas é exatamente o cubo ou hexaedro (poliedro com 6 faces). Para Platão, cada um dos 5 sólidos geométricos perfeitos estava associado a um elemento da natureza: terra, água, ar, fogo e éter, ou seja, a quintessência do cosmos, uma substância que preencheria a totalidade do universo.

A obra “Os Elementos” de Euclides (1944; 2009), publicada por volta do ano 300 a.C., foi de fundamental importância para a matemática – e em especial, para a geometria – por muitas gerações, definindo a natureza da matemática até o século 19 (MLODINOW, 2010). Ela proporcionou um corpo de conhecimento sólido para desenvolvimentos posteriores, tais como os poliedros semirregulares criados por Arquimedes a partir dos poliedros convexos regulares de Platão. Kepler, quase dois milênios depois, tentou, sem sucesso, associar os 5 sólidos de Platão com os 5 planetas visíveis no céu em sua época – Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno – tamanha era a importância dessas figuras. As interrelações da matemática com o concreto e o abstrato, com o real e o ideal foram a força de propulsão para o seu desenvolvimento ao longo da história. Uma versão do livro “Os Elementos” de Euclides (2008) permite inclusive comparar o texto atual em inglês com o texto original escrito em grego, o que é algo com um bom potencial didático.

Trabalhar com alunos do ensino fundamental e médio, com a temática do hipercubo (também conhecido como tesseracto, uma espécie de cubo em quatro dimensões) pode colaborar para despertar a curiosidade, pois remete a uma quarta dimensão espacial intrigante e fora do alcance da nossa percepção humana. Para Kaku (2014): “[...] o impacto da quarta dimensão foi muito mais abrangente do que o dos buracos negros ou de qualquer outra hipótese científica mais recente, exceto a Teoria da Relatividade após 1919”. O objetivo desse artigo é analisar mecanismos para estimular a curiosidade, a criatividade, e a vontade por aprender a geometria, que é uma das bases fundamentais da matemática contemporânea.

Para tanto, foi desenvolvida uma palestra de divulgação científica sobre hipercubos, com conceitos matemáticos que são confrontados com fatos presentes do cotidiano dos alunos, combinando isso com algumas propriedades da geometria Euclidiana e da Geometria Descritiva, e relacionando o tema com outras áreas do conhecimento, tais como a Física, as Artes Plásticas, a Arquitetura, a Literatura e o Cinema; nos dois últimos casos, é avaliado como a temática associada aos hipercubos foi utilizada para criar enredos intrigantes, com críticas sociais, reflexões filosóficas e discussões científicas, como é o caso do livro “Planolândia” escrito por Edwin Abbott (2002) e também pela animação associada a esta obra e intitulada “Dr. Quantum visita Planolândia” (<<https://www.youtube.com/watch?v=UdTM4nihsD8>>).

2 MATERIAL E MÉTODOS

O presente trabalho pretende analisar atividades de divulgação científica, tendo o estudo dos hipercubos como tema principal. As palestras foram estruturadas de modo a desenvolver conhecimentos geralmente trabalhados por professores do ensino médio e fundamental associados a hipóteses e discussões situadas na fronteira da ciência tradicional, com o intuito de motivar o interesse por ciência e matemática dos educandos de escolas públicas do litoral norte de São Paulo. Assim sendo, partimos de uma extensa pesquisa realizada em artigos científicos, livros e vídeos de modo a elucidar a forma sobre como interligar um assunto complexo e de difícil compreensão com exemplos concretos do cotidiano e uma linguagem mais acessível. Foram utilizadas para tal objetivo, projeções de imagens por slides de movimento dos trens em seus trilhos, a navegação dos barcos no oceano e o voo e pouso dos pássaros, de modo a representar as nossas três dimensões espaciais convencionais; essa ideia foi retirada da palestra “Geometria e Imaginação: um passeio” (<<https://www.youtube.com/watch?v=G0yoDJ8lRWI>>) realizada em junho de 2014 pelo professor Fernando Codá Marques, geômetra e pesquisador do IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada). Outro vídeo bastante didático é um trecho sobre o conceito de quarta dimensão do episódio 10 – “Limiar da eternidade” da série de documentários “Cosmos” produzido por Carl Sagan no início dos anos 1980 (<<https://www.youtube.com/watch?v=7JsgSmY95es>>). Por sua vez o matemático português Rogério Martins produziu a respeito um interessante vídeo explicativo em português, intitulado “A quarta dimensão” (<<https://www.youtube.com/watch?v=4TnMMdT3VGw>>).

Foram também usados materiais de fácil acesso, tais como palitos de churrasco (para representar as linhas), folhas de sulfite e E.V.A. ou isopor (para representar os planos) e sólidos geométricos construídos com a técnica papercraft ou pepakura (um método para produzir objetos tridimensionais a partir de papel, do mesmo modo que o origami). Com o objetivo de representação das dimensões espaciais, utilizamos a Geometria Descritiva, mais especificamente o estudo das técnicas de projeções, para explicar como é possível conseguir representar um hipercubo (tesseracto) em uma perspectiva tridimensional em um desenho em um plano 2D (folha de papel), e o paralelo existente com o estudo dos modos de representação de formas tridimensionais em figuras bidimensionais (projeções). As técnicas de perspectiva são usadas para estruturar representações tridimensionais de figuras quadridimensionais, por meio de figuras feitas em software de desenho gráfico (sketchup e

geogebra). Para embasarmos essa representação são usados os resultados de um estudo de simulação computacional publicado por Luis Lozada (2015) que trata da representação de um hipercubo partindo da colagem de 8 cubos convencionais e se utilizando de teorias matemáticas e técnicas computacionais que produzem uma representação do hipercubo.

Durante a palestra de popularização científica que foi estruturada, finalizamos apresentando os desdobramentos dessa tecnologia para outras áreas como na literatura (romance, poesia e divulgação científica), na arquitetura, nas artes plásticas e no cinema, destacando as mudanças de paradigmas que este tipo de conhecimento pode provocar, privilegiando o entendimento deste tema mais pela intuição e pela imaginação dos estudantes do que por meio de conhecimentos formalizados.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O desenvolvimento do presente trabalho encontra-se em fase inicial. Foi desenvolvida uma palestra no primeiro semestre de 2018, no âmbito do programa de extensão “Cinedebate e atividade de educação científica e cultural”, com o intuito de trabalhar com a divulgação científica tendo a ideia de hipercubo como eixo temático. Esta palestra foi apresentada inicialmente para colegas bolsistas deste programa de extensão de modo avaliar os seus impactos e obter reflexões críticas sobre a clareza na exposição das ideias abordadas. Um questionário de avaliação sobre a compreensão que se teve da palestra e sobre as impressões por parte do público presente (professores, alunos e demais participantes) será aplicado no final de cada apresentação, para que então os dados obtidos sejam analisados e sistematizados e os resultados sejam divulgados. Tendo em mente que a matemática é uma disciplina que permeia muitas das outras disciplinas e está presente ao nosso redor em muitas de nossas atividades, das mais simples até aquelas de maior complexidade, um dos intuitos destas atividades de divulgação científica é ajudar os alunos a perceberem que, para além da sala de aula, a matemática é ferramenta fundamental para nossa vida e que se estende muito além da habilidade com cálculos: é possível utilizar os conhecimentos de matemática aprendidos em um certo contexto específico para muitas outras problemáticas que surgem ao longo da vida. A matemática não é uma disciplina estática nem isolada, mas sim dinâmica e interligada com outras áreas do conhecimento humano.

Uma propriedade interessante sobre os cubos em k dimensões (k -cubos) é a de que a quantidade total de elementos de um k -cubo (contando a si mesmo) é sempre uma potência de 3: um n -cubo possui, portanto, 3^n elementos (SANTOS, 2013). O 0-cubo (que é um ponto) possui $3^0=1$ vértice. O 1-cubo (que é um segmento de linha reta) possui 3 elementos, sendo 2

vértices e 1 aresta. O 2- cubo (um quadrado plano) possui 9 elementos, 4 vértices, 4 arestas e 1 face. Já o 3-cubo (o cubo como conhecemos em 3 dimensões, também denominado de hexaedro por ter 6 faces) possui $3^3=27$ elementos (8 vértices, 12 arestas, 6 faces e 1 volume). Portanto, podemos deduzir que o 4-cubo (hipercubo) deve possuir 81 elementos, mesmo que não possamos visualizá-lo. Por exemplo, um hiper-cubo quadridimensional tem 8 sólidos cúbicos tridimensionais delimitando-o, e por isso, é também conhecido como octácoro regular, assim como um cubo tridimensional tem 6 faces quadradas (que poderiam ser chamadas de “cubos dimensionais”) delimitando-o. Isto de qualquer forma nos informa a respeito de como a matemática nos empodera: por ela é possível deduzir informações a respeito de objetos geométricos que não podemos visualizar (DAVIS; HERSH, 1995).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entender o passado é conhecimento fundamental para a compreensão do presente e para que se possa formular transformações futuras. O presente trabalho parte dessa premissa para motivar alunos de modo a despertar o seu interesse pela matemática, disciplina repleta de encantos e descobertas que por muitas vezes, devido ao formalismo exacerbado, acaba se transformando em algo monótono, sem significado e assustador. Tratar de uma temática tão complicada como o hiper-cubo ou tesseracto de forma contextualizada e lúdica em atividades de divulgação científica permite evidenciar que assuntos complexos de matemática podem ser traduzidos de modo minimamente mais compreensível e acessível para todos os cidadãos, desta forma despertando alguns para a busca por um maior conhecimento formal acerca da matemática. Obrigar alguém a aprender sobre aquilo que não tem interesse, na maior parte das vezes é uma tarefa fadada à derrota; portanto, de algum modo, professores de matemática e de disciplinas das ciências naturais não têm apenas a responsabilidade de trabalhar didaticamente com certos conteúdos curriculares, mas também de despertar o interesse de seus alunos por estes conteúdos.

REFERÊNCIAS

- ABBOTT, Edwin. **Planolândia**: Um romance de muitas dimensões. São Paulo: Conrad, 2002.
- EUCLID. **Euclid's Elements og Geometry**. Editado por Richard Fitzpatrick. 2008. Disponível em: <<http://farside.ph.utexas.edu/Books/Euclid/Elements.pdf>>. Acesso em 17 ago. 2018.
- DAVIS, P. J.; HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Lisboa: Gradiva, 1995.
- EUCLIDES. **Os elementos**. São Paulo: Edições Cultura, 1944. Disponível em: <<http://livros01.livrosgratis.com.br/be00001a.pdf>>. Acesso em 17 ago. 2018.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora Unesp, 2009.

KAKU, Michio. **Hiperespço**. Rio de Janeiro: Rocco, 2014.

LOZADA, Perez, Arturo, Luis. Hipervisualização do Hiper cubo. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, Vol. 3, N. 2, 2015. Disponível em: <<https://proceedings.sbmec.org.br/sbmec/article/viewFile/916/929>>. Acesso em 18 ago. 2018.

MLODINOW, L. **A Janela de Euclides**: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespço. São Paulo: Geração Editorial, 2010.

SANTOS, César, Rogério. Quantidade de vértices, arestas, e outros, em hiper cubos. **Revista eletrônica de matemática** (REMat), n. 3, 2013. Disponível em: <<http://matematicajatai.com/rematFiles/3-2013/hipercubo.pdf>>. Acesso em 17 ago. 2018.